

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА В ПЕРЕМЕННЫХ СКОРОСТЬ-ДАВЛЕНИЕ

Вячеслав АБРАШИН, Сергей ЛАПКО

В настоящей работе для двумерных уравнений Навье-Стокса строятся и исследуются разностные методы в переменных скорость-давление, обладающие рядом важных качеств. Энергетически нейтральные аппроксимации конвективных членов и градиентов давления обеспечивают консервативность и безусловную устойчивость предлагаемых алгоритмов. В работе рассматриваются как безытерационные, так и итерационные схемы. Проводятся исследования их устойчивости и сходимости. Доказывается существование и единственность компонент скорости и градиентов давления, получаемых по данным схемам. Помимо неэкономичных пятиточечных алгоритмов проводятся и экономичные алгоритмы для компонент скорости, которые реализуются методом трехточечной прогонки по каждому пространственному направлению.

Ключевые слова: безытерационные и итерационные схемы, консервативность и безусловная устойчивость, сходимость итерационного процесса, существование и единственность решения.

О СВЯЗИ МЕЖДУ ИССЛЕДОВАНИЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ И ЗАДАЧЕЙ МИНИМИЗАЦИИ

Раймондас ЧЕГИС, Ремигиюс ЧЕГИС,
Регимантас ЧЮПАЙЛА

В работе изучается разрешимость и сходимость решения нелинейных разностных схем для одной задачи определения формы свободной поверхности жидкометаллического контакта. Доказано, что основные достаточные условия, используемые при исследовании нелинейных разностных схем эквивалентны достаточным условиям существования глобального минимума функционала Лагранжа, порождающего краевую задачу с дополнительным нелокальным условием. Исследуя задачу условной минимизации энергетического функционала (слабая формулировка задачи), доказано существование решения разностной схемы. Аналогичное исследование проведено и для итерационных процессов, используемых при реализации нелинейной разностной схемы. Предложен новый метод построения параметризованной разностной схемы, позволяющей избежать формулировки дополнительного нелокального условия.

Ключевые слова: нелинейные разностные схемы, нелинейная условная минимизация, задача о свободной поверхности.

КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОНВЕКТИВНОЙ ДИФФУЗИИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ПРОБЛЕМЕ ЭЛЕКТРОФОРЕЗА

Сергей ЕРМАКОВ, Ольга МАЖОРОВА, Юрий ПОПОВ

При математическом моделировании многих задач технологии, в частности, в задачах электрофореза приходится решать уравнение конвективной диффузии с малым коэффициентом при операторе Лапласа. Использование традиционных конечно-разностных схем для решения данного уравнения требует применения подробных разностных сеток с шагом по пространству порядка величины малого параметра. Поскольку такое ограничение на шаг сетки достаточно обременительно, авторами работы предлагаются разностные схемы с искусственной дисперсией, которые позволяют вести расчеты на более грубых пространственных сетках при сохранении точности решения.

Построение и анализ этих схем основывается на методе дифференциального приближения. В известную схему второго порядка точности вводятся дополнительные слагаемые, имеющие смысл антидисперсии. С их помощью удастся значительно уменьшить нефизические осцилляции решения в областях его резкого перепада, которые характерны для схем второго порядка на грубых сетках.

В работе на двух задачах: тестовом примере для линейного уравнения и задаче об изотахофоретическом разделении смеси двух веществ в приближении сильных электролитов, демонстрируется более высокая эффективность одной из схем с искусственной дисперсией по сравнению с традиционными. В качестве примера применения данной схемы приводятся результаты численного моделирования изотахофореза для случая произвольных электролитов.

Ключевые слова: конечно-разностная схема, дифференциальное приближение, дисперсия, электрофорез.

ГЛОБАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ФУНКЦИЙ СЛУЧАЙНОГО БЛУЖДЕНИЯ

Морган ХЕРНДОН, Карли ПЕРТТУНЕН,
Бруце СТУКМАН

Для моделирования разных случайных дискретных процессов может быть использовано случайное блуждение. Часть интересуется максимум этой функции. Прямые методы поиска экстремума вычисляют значения функции на всех точках и выбирают наибольшее. Однако целесообразно обойтись без вычисления всех возможных значений функции при глобальной оптимизации. Такой подход в настоящей работе. Он использует вероятностные средства при поиске, где наиболее вероятно, что будет пик. Разработана компьютерная программа, реализующая эту стратегию. Для исследований генерировались функции разной длины.

Результаты оптимизации очень зависят от структуры функции и числа шагов. Однако количество вычислений значений целевой функции меньше, чем число узлов. Также замечено, что алгоритм работает быстрее при более длинных функциях.

Ключевые слова: функция случайного блуждения, глобальная оптимизация.

ЭВРИСТИКИ С ОЦЕНКОЙ В НАИХУДШЕМ СЛУЧАЕ В БЕЗУСЛОВНОМ КВАДРАТИЧНОМ 0-1 ПРОГРАММИРОВАНИИ

Гинтарас ПАЛУБЕЦКИС

В данной статье приведены две эвристики для решения задачи безусловного квадратичного 0-1 программирования. Первая из них реализует наиболее крутой подъем от центра гиперкуба – области допустимых решений задачи. Вторая строит последовательность решений, значение целевой функции f на i -м из которых не хуже среднего значения F_i функции на множестве всех 0-1 векторов, содержащих в точности i единиц. В качестве результата выбирается наилучшее решение.

Для оценки поведения эвристик в наихудшем случае предлагается использовать отношение $K = (f(x^0) - f(x)) / (f(x^0) - f(1/2))$, где x^0 , x – соответственно, оптимальные и произвольные решения (задачи на максимум). Показано, что для обеих эвристик $K < 1$, и существуют примеры задач, для которых K произвольно близко к 1. Для решений x , даваемых второй эвристикой, $f(x) \geq \max\{F_i \mid i = 0, 1, \dots, n\}$, и если $P \neq NP$, то эта оценка является неулучшаемой. Установлено, что для алгоритмов локального поиска в наихудшем случае $K > 1$.

В заключительной части приводятся результаты сравнения при помощи вычислительного эксперимента предлагаемых эвристик с алгоритмами локального поиска на двух сериях случайно сгенерированных задач.

Ключевые слова: квадратичное 0-1 программирование, эвристики, отношение поведения, алгоритмы локального поиска.

ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА РАЗРЕШЕНИЯ КОНФЛИКТОВ

Саулюс СИМНИШКИС

Анализируемая проблема характерна для локальных вычислительных сетей, работающих по протоколу множественного доступа. Существует определенное количество узлов, которые в случайные моменты времени посылают сообщения. Если интервал времени между сообщениями меньше заданного – происходит конфликт. Мы можем фиксировать конфликт, но не имеем возможности определить участвующие в нем узлы. Для разрешения конфликтов используется схема иерархической декомпозиции. Узлы распределяются по группам и каждой выделяется промежуток времени. При возникновении повторного конфликта происходит повторная декомпозиция "подозрительных" узлов. Это повторяется до тех пор, пока конфликт неразрешен.

В работе анализируется проблема оптимального разбиения узлов на группы с тем, чтобы минимизировать максимальное и среднее время разрешения конфликтов. Показано, что для минимизации максимального времени узлы на каждом уровне должны разбиваться на 3 равные группы. В этом случае максимальное число необходимых промежутков времени равно $3 \ln \eta_0$ (где η_0 – начальное число узлов). Для минимизации среднего времени разрешения конфликтов, узлы на каждом уровне должны разбиваться на 2 равные части. В этом случае среднее число промежутков времени равно $4(\eta_0 - 1)/\eta_0$.

Ключевые слова: локальные сети, множественный доступ, разрешение конфликтов, оптимизация.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ СТРАТЕГИЙ РАДИОЛОКАЦИОННОГО ПОИСКА

Видунас ШАЛТЯНИС, Витаутас ТЕШИС

Исследуется задача распределения ресурсов радиолокатора с целью оптимизации радиолокационного поиска объектов. Время поиска минимизируется при помощи оптимального распределения излучаемой энергии по направлениям пространства и при помощи оптимизации параметров процедуры распознавания сигналов.

В общем случае задача оптимального управления радиолокационным поиском труднорешаема, поэтому в статье проведена оптимизация параметров некоторых стратегий (многоэтапных и циклического обзора) и сравнены эффективности этих стратегий.

В упрощенных случаях (например, при допущении, что объекты во время обзора не движутся) оптимальные параметры поиска могут быть найдены аналитически или вычислительными методами математического программирования. В общем случае эффективность стратегий исследовалась статистическим моделированием. целью уменьшения времени моделирования использовались несколько упрощенные модели распознавания и модели движения объектов, что позволило поиск в одном направлении моделировать средними временами поиска и прогнозировать дискретные координаты объектов.

Вычислительные эксперименты показали, что авторами предложенные многоэтапные стратегии уменьшают среднее время поиска 2–3 раза по сравнению с обычно используемым циклическим обзором. Эти стратегии не требуют больших вычислительных ресурсов и могут быть использованы для управления радиолокатором в реальном времени.

Ключевые слова: оптимальное распределение ресурсов, радиолокационный поиск, многоэтапные стратегии.

О СХОДИМОСТИ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ШИРОКИХ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ

Антанас ЖИЛИНСКАС

В последние годы опубликовано несколько статей об аксиоматическом определении детерминированных алгоритмов для широких классов функций. Также рассматривается вопрос об их конвергенции. Утверждается, что алгоритмы, удовлетворяющие определенным условиям, генерируют последовательность пробных точек, которая для любой функции этого класса (например, непрерывных функций) имеют только точки сгущения, совпадающие с точками глобальных минимумов. Однако, такой вывод противоречит тому факту, что всегда можно построить функцию, совпадающую с исследуемой в пробных точках, но имеющую различный глобальный минимум, если только последовательность пробных точек не всюду плотная в допустимом множестве. Более подробно рассматривается проблема определения алгоритмов для широких классов функций. Указывается, как более узкий класс иногда интерпретируется как широкий.

Рассмотрена сходимость адаптивных алгоритмов. Показано, что случай конструктивной адаптации по существу совпадает с рассмотренным ранее.

Основной вывод: алгоритмы глобальной оптимизации сходятся к глобальному минимуму любой непрерывной (или принадлежащей достаточно широкому классу) функции тогда и только тогда, когда последовательность пробных точек всюду плотная в допустимом множестве. В этом смысле класс Липшицевых функций с известной константой не является широким. Для него существуют алгоритмы, генерирующие последовательности пробных точек, точки сгущения которых совпадают с точками глобальных минимумов.

Ключевые слова: глобальная оптимизация, конвергирование, Липшицевы функции, адаптация.